

Title	外測度ノ定義ニ就テ
Author(s)	安倍, 亮
Citation	全国紙上数学談話会. 250 p.147-p.149
Issue Date	1943-03-06
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75037
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

安倍 亮

集合 Ω ノスベテノ部分集合 $X = \text{對シテ}$ 定義セレタ実
 函数 $\Gamma(X) \geq 0$ が Carathéodoryノ意味ノ外測度デア
 ルコトハ, Saks. *Theory of Integrals*, p. 43ニ
 依レバ, Γ が

$$(C_1) \quad X \subset Y \quad \text{ナレバ} \quad \Gamma(X) \leq \Gamma(Y)$$

$$(C_2) \quad \Gamma\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} X_n\right) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma(X_n)$$

ヲ満足スルコトノナツテ居マス。之カラ周知ノ如ク, $E \subset \Omega$
 が可測デアルトハ

$$(M) \quad \text{任意ノ} \quad X \subset \Omega = \text{對シテ},$$

$$\Gamma(X) = \Gamma(X \cap E) + \Gamma(X \cap E^c)$$

ナルコトヲ定義サレ、可測集合ノ全体 \mathcal{L}_Γ ハ

$$(1) \quad E \in \mathcal{L}_\Gamma \rightarrow E^c \in \mathcal{L}_\Gamma$$

$$(2) \quad E_n \in \mathcal{L}_\Gamma, n = 1, 2, \dots \rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n,$$

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n \in \mathcal{L}_\Gamma$$

ヲ満足スルコトが証明サレマス。然シ可測集合ナルモノハ
 果シテ存在スルカト云フニ, $\Gamma(E) = 0$ ナル E ハ可測ナコ
 ト入スガ云ヘマス。Saks p. 44ニハ, 「 $\Gamma(E) = 0$ ナ
 ル集合 (特ニ空集合) ハ可測」ト書イテアリマス。然シ空集
 合 $\emptyset = \text{對シテ} \Gamma(\emptyset) = 0$ カドウカ, スガニハ分ラナイノデ,

正誤表 = ハ 「空集合又ハ $P(E) = 0$ +ル E ハ可測」 ト
訂正シテアリマス。尤モ θ が可測ナラ, (M) =於テ $E = \theta$
トオキ $P(X) = P(\theta) + P(X)$, $\therefore P(\theta) = 0$ ハ當然
出ル答デス。

然ラバ, $(C_1), (C_2)$ カラ實際 θ が可測, 従ッテ $P(\theta)$
= 0 +ルコトが出ルカト云フニ, ソレが故ナイコトハ次ノ
trivial + 反例デ直ゲ合リマス。(即チ *Saks* 訂正ノ
オモ誤リデス)。

Ω ヲ有限集合, $P(X)$ ヲ X ノ元ノ個数トスレバ, (C_1) ,
 (C_2) ヲ満足スルコトハ明ラカデスガ, 偶数ナトシテモ
 (C_1) ハ勿論, (C_2) モ満足スルコトハ明カデス。然レニ
 $P(\theta) = 1$ 。此ノ特ハ可測ナ集合ハ一ツモアリマセンガ,
ソレハ偶然デハアリマセン。

實際 \mathcal{L}_P =一ツデモ集合 E が属スレバ, (1), (2) ヨリ
 $\theta = E \cap E^c \in \mathcal{L}_P$ トナリ。従ッテ $P(\theta) = 0$ が自
然ニ出ルカラデス。従ッテ集合族 \mathcal{L}_P が空ニナルツマラ
ナイ場合ヲ除外シ, \mathcal{L}_P が實際 *Borel* 体ニナルヲ
スルニハ, 外測度ノ條件トシテ

(C_0) 空集合 θ = 對シ $P(\theta) = 0$

ヲ附々加ヘルノが自然デセウ。次ノ諸條件モ $((C_1), (C_2)$ /
下ニ) スベテ (C_0) ト同値デス。

(C'_0) $P(E) = 0$ +ル E ガアル。

(C''_0) $\theta \in \mathcal{L}_P$ 。

(C₀) L_p は空デナイ。

アヲ探シニ類ナルコトデスガ、始終引用サレル定義デスカ
ラ念ノタメニ書キマシタ。